www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۱۲/ ۱۰/ ۱۳۹۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه سال ۱۳۹۰**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استدلال استقرای ریاضی ، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید که رابطه ی زیر بر قرار است. $\frac{۱}{۹\times۱۱}+\frac{۱}{۱۱\times۱۳}+\frac{۱}{۱۳\times۱۵}+\ldots+\frac{۱}{(۲n+۷)(۲n+۹)}=\frac{n}{۹(۲n+۹)}$	۱/۵
۲	با استدلال استنتاجی ، ثابت کنید تفاضل مربعات دو عدد فرد همواره مضرب چهار است.	۱
۳	می دانیم که $\sqrt{۵}$ و $\sqrt{۲}$ اعدادی گنگ هستند، با استدلال برهان خلف ثابت کنید $۳\sqrt{۲}+\sqrt{۵}$ نیز گنگ است.	۱
۴	اگر x و y دو عددحقیقی مثبت باشند ، درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید : $x^۴+y^۴\geq x^۳y+xy^۳$	۱
۵	گروه خونی دانش آموزان یک کلاس ۳۱ نفری ، A یا B یا O است ، حداقل چند نفر از دانش آموزان گروه خونی یکسانی را دارند و چرا ؟	۱
۶	اگر $A=\{x^۲-۱ \mid x\in N\ ,\ x<۴\}$ باشد ، مجموعه A و مجموعه توانی A را با نوشتن عضوها مشخص کنید.	۱/۲۵
۷	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید : $(A-B)\cup(A\cap C)=A-(B-C)$	۱/۲۵
۸	اگرمجموعه های A و B به صورت $A=\{x\in R \mid x^۲\leq ۱\}$ و $B=\{x\in R \mid \ \mid x\mid \leq ۲\}$ باشند ، نمودار $B\times A$ را رسم کنید.	۱/۲۵
۹	اگر رابطه ی R روی اعداد صحیح $Z^۲-\{(۰\ ,۰)\}$، به صورت زیر تعریف شده باشد : $(x\ ,\ y)\ R\ (z\ ,\ t)\Leftrightarrow x^۲t=z^۲y$ الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است . ب) کلاس هم ارزی $[(۱\ ,\ -۲)]$ را مشخص کنید .	۱/۷۵
	«ادامه سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۱۲/ ۱۰/ ۱۳۹۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در **دی ماه سال ۱۳۹۰**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	دوتاس سالم را با هم پرتاب می کنیم ، مطلوب است : الف) تعیین پیشامد A ، که عدد ظاهر شده روی یکی از تاسها مربع عدد ظاهر شده روی تاس دیگر باشد. ب) تعیین پیشامد B ، که دقیقاً روی یکی از تاسها عدد ۴ ظاهر شده باشد. پ) $A \cap B$ را تعیین کنید. ت) $A - B$ را تعیین کنید.	۲
۱۱	یک خانواده ۳ فرزند دارد : الف) احتمال آنکه حداقل ۲ فرزند دختر داشته باشد را تعیین کنید. ب) احتمال آنکه حداکثر یک دختر داشته باشد را بیا بید.	۱/۵
۱۲	سه دونده به نامهای A و B و C دریک مسابقه شرکت می کنند ، شا نس برنده شدن A و B با هم برابر است و شا نس بردن C ، دو برابر هر یک از آنهاست ، مطلوبست : الف) احتمال آنکه C برنده شود. ب) احتمال آنکه A یا C برنده شوند.	۱/۵
۱۳	سکه ی سالمی را ۱۲ بار پرتاب می کنیم ، احتمال آنکه ۷ بار پشت سکه ظاهرشود ، چقدر است ؟	۱
۱۴	یک نقطه به طور تصادفی درون یک مثلث با رأسهای (۰ , ۰) و (۲ , ۳) و (۰ , ۴) انتخاب می کنیم ، مطلوب است احتمال آن که طول نقطه ی انتخاب شده کمتر از ۲ باشد .	۲
۱۵	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، بطوریکه $A \subseteq B$ ثابت کنید: $P(B-A) = P(B) - P(A)$	۱
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۳۰ : ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۲/ ۱۰/ ۱۳۹۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

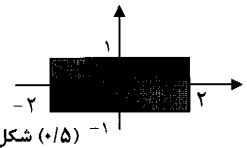
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$P(1):\frac{1}{9\times11}=\frac{1}{9\times11}$ (۰/۲۵) فرض استقراء $P(K):\frac{1}{9\times11}+\frac{1}{11\times13}+\frac{1}{13\times15}+\ldots+\frac{1}{(2K+7)(2K+9)}=\frac{K}{9(2K+9)}$ (۰/۲۵) حکم استقراء $P(K+1):\frac{1}{9\times11}+\frac{1}{11\times13}+\frac{1}{13\times15}+\ldots+\frac{1}{(2K+7)(2K+9)}+\frac{1}{(2K+9)(2K+11)}=\frac{K+1}{9(2K+11)}$ (۰/۲۵) $P(K+1):\underset{(۰/۲۵)}{\frac{K}{9(2K+9)}+\frac{1}{(2K+9)(2K+11)}}=\underset{(۰/۲۵)}{\frac{K(2K+11)+9}{9(2K+9)(2K+11)}}=\frac{2K^2+11K+9}{9(2K+9)(2K+11)}=\frac{(K+1)(2K+9)}{9(2K+9)(2K+11)}=\frac{K+1}{9(2K+11)}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۲	$\underset{(۰/۵)}{(2K+1)^2-(2K'+1)^2}=4K^2+4K+1-\underset{(۰/۲۵)}{4K'^2-4K'-1}=4(K^2+K-K'^2-K')=4A$ (۰/۲۵)	۱
۳	فرض خلف $\underset{(۰/۲۵)}{3\sqrt{2}+\sqrt{5}}$ (گنگ نیست) $\Rightarrow \underset{(۰/۲۵)}{3\sqrt{2}+\sqrt{5}=a}$ (گویا a) $\Rightarrow \sqrt{5}=a-3\sqrt{2}\Rightarrow$ $5=a^2+18-\underset{(۰/۲۵)}{6a\sqrt{2}}\Rightarrow 6a\sqrt{2}=a^2+13\Rightarrow\sqrt{2}=\frac{a^2+13}{6a}\Rightarrow$ گویا ≠ گنگ به تناقض رسیده ایم یعنی حکم اولیه درست است . (۰/۲۵)	۱
۴	$x^4+y^4-x^3y-xy^3\geq0\Leftrightarrow\underset{(۰/۲۵)}{x^3(x-y)-y^3(x-y)}\geq0\Leftrightarrow\underset{(۰/۲۵)}{(x-y)(x^3-y^3)}\geq0$ $\Leftrightarrow(x-y)^2(x^2+y^2+xy)\geq0$ چون x , y مثبت هستند، به عبارت همواره درست رسیده و بر طبق استدلال برگشتی حکم(۰/۲۵) ثابت است .(۰/۲۵)	۱
۵	۳۱ نفر = کبوترهای مسئله(۰/۲۵)و۳ گروه خونی A یا B یا O = لانه های مسئله (۰/۲۵)، $3\times10+1=31$ (۰/۲۵) بر طبق اصل لانه کبوتر حد اقل $10+1=11$ نفر گروه خونی یکسانی را خواهند داشت . (۰/۲۵)	۱
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۳۰ : ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان ۱۲/ ۱۰/ ۱۳۹۰	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

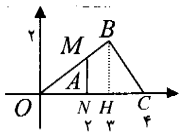
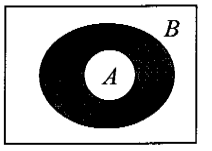
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	$A=\{۰,۳,۸\}$ (۰/۵) $P(A)=\{\{۰\},\{۳\},\{۸\},\{۰,۳\},\{۰,۸\},\{۳,۸\},\phi,\{۰,۳,۸\}\}$ (۰/۷۵)	۱/۲۵
۷	$(A-B)\cup(A\cap C)=(A\cap B')\cup(A\cap C)=A\cap(B'\cup C)=$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $A\cap(B\cap C')'=A-(B\cap C')=A-(B-C)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۲۵
۸	مشخص کردن A $-۱\le y\le ۱$ (۰/۲۵) مشخص کردن B $-۲\le x\le ۲$ (۰/۲۵) رسم نمودار کامل و مشخص کردن $B\times A$ (۰/۲۵)  شکل (۰/۵)	۱/۲۵
۹	۱) $(x,y)R(x,y)\Rightarrow x^۲y=x^۲y$ (۰/۲۵) بازتا بی است. ۲) $(x,y)R(z,t)\Rightarrow x^۲t=z^۲y\Rightarrow z^۲y=x^۲t\Rightarrow(z,t)R(x,y)$ (۰/۲۵) تقارنی است ۳) $\left.\begin{matrix}(x,y)R(z,t)\Rightarrow x^۲t=z^۲y\\(z,t)R(e,f)\Rightarrow z^۲f=e^۲t\end{matrix}\right\}\Rightarrow x^۲f=e^۲y\Rightarrow(x,y)R(e,f)$ (۰/۵) تعدی است پس رابطه هم ارزی است (۰/۲۵) ب (۰/۲۵) $[(-۲,۱)]=\{(x,y)\in Z^۲-\{(۰,۰)\}\mid(x,y)R(-۲,۱)\}=\{(x,y)\mid x^۲=۴y\}$ (۰/۲۵)	۱/۷۵
۱۰	الف) $A=\{(۱,۱)\},(۲,۴),(۴,۲)\}$ (۰/۵) ب) $B=\{(۱,۴)\},(۲,۴),(۳,۴),(۵,۴),(۶,۴),(۴,۱),(۴,۲),(۴,۳),(۴,۵),(۴,۶)\}$ (۰/۷۵) پ) $A\cap B=\{(۲,۴),(۴,۲)\}$ (۰/۵) ت) $A-B=\{(۱,۱)\}$ (۰/۲۵)	۲
۱۱	$n(S)=۲^۳=۸$ (۰/۲۵) الف) $n(A)=\binom{۳}{۲}+\binom{۳}{۳}=۳+۱=۴$ (۰/۵) $p(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) ب) $n(B)=\binom{۳}{۱}+\binom{۳}{۰}=۳+۱=۴$ (۰/۲۵) $p(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)	۱/۵
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۳۰ : ۱۰ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان ۱۲/ ۱۰/ ۱۳۹۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$P(A)=P(B)$ (۰/۲۵) $P(C)=۲P(A)=۲P(B)$ (۰/۲۵) $P(A)+P(B)+P(C)=۱$ (۰/۲۵) الف) $P(A)+P(A)+۲P(A)=۱\Rightarrow ۴P(A)=۱\Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۴}$ (۰/۲۵) $P(C)=۲P(A)=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) ب) $P(\{A,C\})=P(A)+P(C)=\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۴}$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۳	$P=\frac{\binom{n}{k}}{۲^n}=\frac{\binom{۱۲}{۷}}{۲^{۱۲}}$ صورت و مخرج کسر هر قسمت (۰/۵)	۱
۱۴	$a(S)=\frac{۴\times ۲}{۲}=۴$ (۰/۵) $MN\parallel BH\Rightarrow \frac{MN}{BH}=\frac{ON}{OH}\Rightarrow \frac{MN}{۲}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow MN=\frac{۴}{۳}$ (۰/۲۵) $a(A)=\frac{ON\times MN}{۲}=\frac{۲\times\frac{۴}{۳}}{۲}=\frac{۴}{۳}$ (۰/۵) $P(A)=\frac{a(A)}{a(S)}=\frac{\frac{۴}{۳}}{۴}=\frac{۱}{۳}$ (۰/۲۵)  شکل (۰/۵)	۲
۱۵	$B=(B-A)\cup A$ (۰/۲۵) $P(B)=P[(B-A)\cup A]$ $(B-A)$ و A دو پیشامد ناسازگارند پس طبق اصل ۳ داریم: (۰/۲۵) $p(B)=P(B-A)+P(A)\Rightarrow P(B-A)=P(B)-P(A)$ (۰/۲۵)  شکل (۰/۲۰)	۱
	جمع نمره	۲۰

مصححین گرامی لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.

www.alm.loxblog.com